物理 Web 講座

補講 2　物理のための三角比・超入門

講師　田原真人

こんにちは、田原です。第３講で扱う「力のつりあい」のなかで、三角比が何度も登場します。

受講者の皆さんの中には、三角比を忘れてしまっている人もいると思うので、第３講の前に、補講をしておきます。

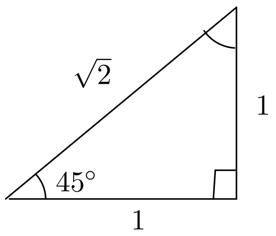
物理の問題を解くときに、$\sin\theta$ と $\cos\theta$ を間違えないためのコツなども教えますので、三角比は大丈夫という人も、一回は読んで確認してくださいね。

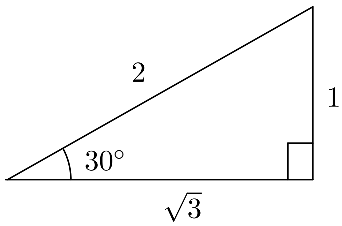
それでは、補講２「物理のための三角比・超入門」のスタートです。

■三角比とは何か

直角三角形の３辺の長さの比と、角度の間には一定の対応関係があります。

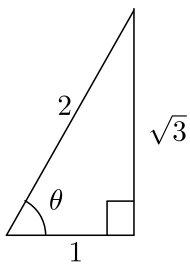
次に上げる直角三角形の三辺の比と角度の関係は、よく知られています。



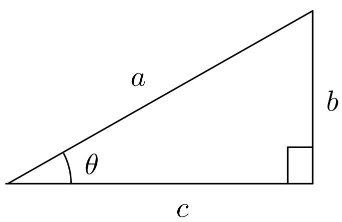


三角定規の２枚の形ですから、有名ですよね。

この「三辺の比と角度の関係」を覚えているので、僕たちは、下のような三角形をみると、$\theta = 60^\circ$ と分かるのです。



３辺の長さのうち、２つを選ぶ選び方は３通りあります。次のように選んで分数にしたものをそれぞれサイン (正弦)、コサイン (余弦)、タンジェント (正接) といいます。



$$\sin\theta = \frac{b}{a}, \quad \cos\theta = \frac{c}{a} \quad \tan\theta = \frac{b}{c}$$

$\theta = 30^\circ$ のときを例にとると、

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

となります。

練習 1

(1) $\sin 45^\circ$ を求めよ。

(2) $\cos 45^\circ$ を求めよ。

(3) $\tan 45^\circ$ を求めよ。

三角比

【解答】

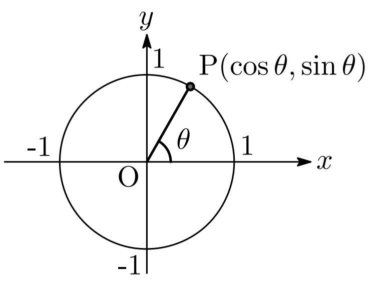
(1)$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$
(2)$\cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$
(3)$\tan 45^\circ = 1$

■単位円による定義（$\theta > 90^\circ$ への拡張）

直角三角形を用いた定義は、$0 < \theta < 90^\circ$ のときにはよいのですが、$\theta > 90^\circ$ の場合には、三角形を書くことができないので、うまく定義できません。

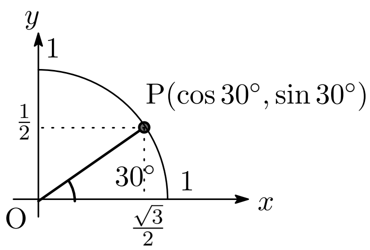
そこで、$\theta > 90^\circ$ の場合でも使えるように定義を拡張します。

次の図のように、原点を中心とした半径 1 の円を書き、（これを単位円といいます。）この円周上に点 P を取り、線分 OP と x 軸のなす角を θ とします。



このとき、点 P の x 座標を $\cos\theta$、y 座標を $\sin\theta$、直線 OP の傾きを $\tan\theta$ と定義します。

$\theta = 30^\circ$ のときを考えてみれば、この定義が直角三角形を用いた決め方と同じになっていることが分かりますね。



練習 2

次の値を求めよ。

(1) $\sin 90^\circ$

(2) $\cos 120^\circ$

(3) $\tan 180^\circ$

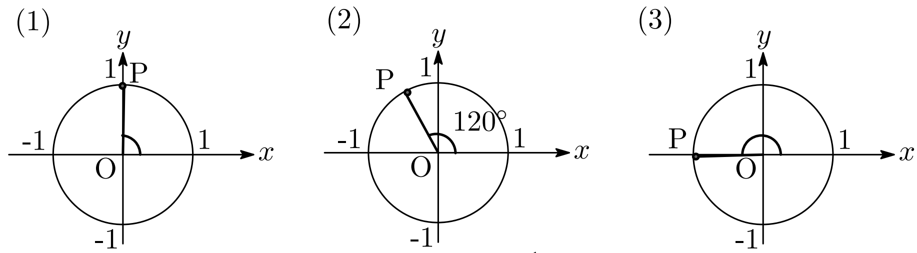
単位円を持ちいた定義

【解答】

(1) $\sin 90^\circ = 1$

(2) $\cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2}$

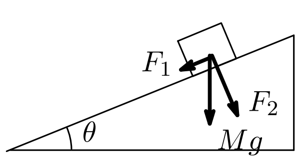
(3) $\tan 180^\circ = 0$



P の y 座標は 1　　P の x 座標は $-\frac{1}{2}$　　直線 OP の傾きは 0

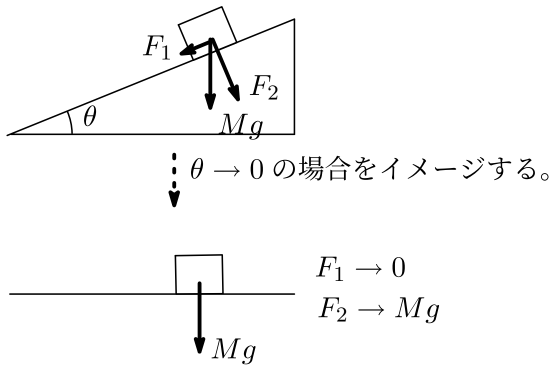
■ $\sin\theta$ と $\cos\theta$ を間違えないコツ

斜面上を運動する質量 M の物体について運動方程式を立てるとき、重力 Mg を斜面に平行な成分と、垂直な成分に分けます。



このときに、一方の成分が $Mg\sin\theta$、他方が $Mg\cos\theta$ と表されるのですが、これを図形的に考えようとすると間違えやすいです。

そこで、$\theta \to 0$ または、$\theta \to 90^\circ$ の場合を考えて決めると間違えません。

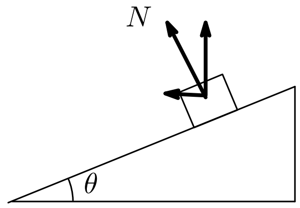


$\sin\theta$ と $\cos\theta$ のうち、$\theta \to 0$ のとき、0 になるのは、$\sin\theta$ のほうですから、$F_1 = Mg\sin\theta$、$F_2 = Mg\cos\theta$ となることが分かります。

このように、$\theta \to 0$ または、$\theta \to 90^\circ$ の場合を考える方法は、確認にも使えますので便利です。

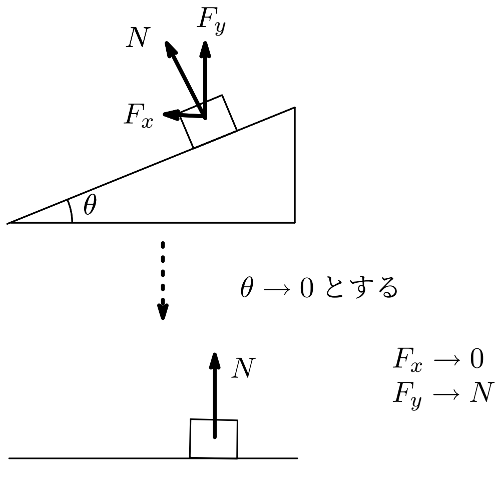
練習 3

次の物体にはたらく垂直抗力 N の水平成分と鉛直成分の大きさを答えよ。



物理への応用

【解答】



$\theta \to 0$ とすると、$F_x \to 0$ となるから、こちらがサイン。

よって、$F_x = N\sin\theta, \quad F_y = N\cos\theta$

これで、物理に必要な三角比の基礎を説明しました。

第３講では、この補講の内容が関係してきますので、第３講（5 月 16 日）までに、勉強しておいてください。

補講２を読んだ質問・感想などは、コチラに送ってください。

宛先：web@rikasougou.com

※件名は「補講２への質問（感想）」でお願いします。

■著作権について